

Portfoliotheorie

Von Sebastian Harder

Inhalt

- Begriffserläuterung
- Allgemeines zur Portfoliotheorie
- Volatilität
- Diversifikation
- Kovarianz
- Betafaktor
- Korrelationskoeffizient
- Betafaktor und Korrelation
- Minimum-Varianz-Modell
- Optimales Portfolio

Begriffserläuterungen

Portfolio, auch Portefeuille genannt:

bezeichnet in der Finanzwelt ein Bündel von Investitionen, das im Besitz einer Institution oder eines Individuums ist.

Portfoliotheorie:

ist ein Teilgebiet der Finanzierung und untersucht das Investitionsverhalten an Kapitalmärkten.

Volatilität:

Der Begriff findet häufig in der Finanzmathematik Verwendung als ein Maß für das Gesamtrisiko einer Investitions- oder Finanzierungsmöglichkeit.

Portfolio Selection Theory

Markowitz führte erstmals einen wissenschaftlichen Nachweis über die positive Auswirkung von Diversifikation, d.h. die Streuung des angelegten Kapitals auf mehrere verschiedene Anlagen, auf das Risiko des Gesamtportfolios.

Da die Risiken verschiedener Anlagen nur selten voneinander unabhängig sind, kann das Risiko einer Anlage in einem Portfolio durch das Risiko einer anderen wieder aufgehoben werden, die auf ein zukünftiges Ereignis anders reagiert.

Um diese Abhängigkeiten bei der Auswahl der Anlagen in einem Portfolio möglichst optimal auszunutzen, entwickelte Markowitz mit der **Portfolio Selection** eine mathematische Methode, effektive Portfolios zu berechnen.

Portfolio Selection Theory

Entwickelt von Dr. Harry Max Markowitz

- Erklärung der Risikostreuung
- Erklärung der rationalen Gestaltung eines Portefeuilles

- Anlegern wird risikoscheues Verhalten unterstellt
- Nutzung des $\mu\sigma$ -Prinzips

Volatilität

Gesamtes Risiko = Systematisches Risiko + Unsystematisches Risiko

↓
Volatilität

↓
Betafaktor

↓
Korrelation

- Kennzeichnet die Unsicherheit, mit der die erwarteten Renditen tatsächlich eintreten

- Grundlage zur Berechnung
ist die Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^n (R_i - \mu)^2}$$

- Beschreibt die durchschnittlichen Schwankungen der Rendite um den Mittelwert der entsprechenden Aktie

Volatilität

Beispiel: Jahresrenditen

-Renditen einer Aktie

1996	1997	1998	1999	2000	2001	Durchschnittswert
3%	8%	1%	7%	2%	9%	5%

-Abweichungen vom Durchschnittswert

1996	1997	1998	1999	2000	2001
-2%	3%	-4%	2%	-3%	4%

-Quadrierte Einzelwerte

1996	1997	1998	1999	2000	2001
4	9	16	4	9	16

-Mittelwert der Quadrierten Einzelwerte

9.67

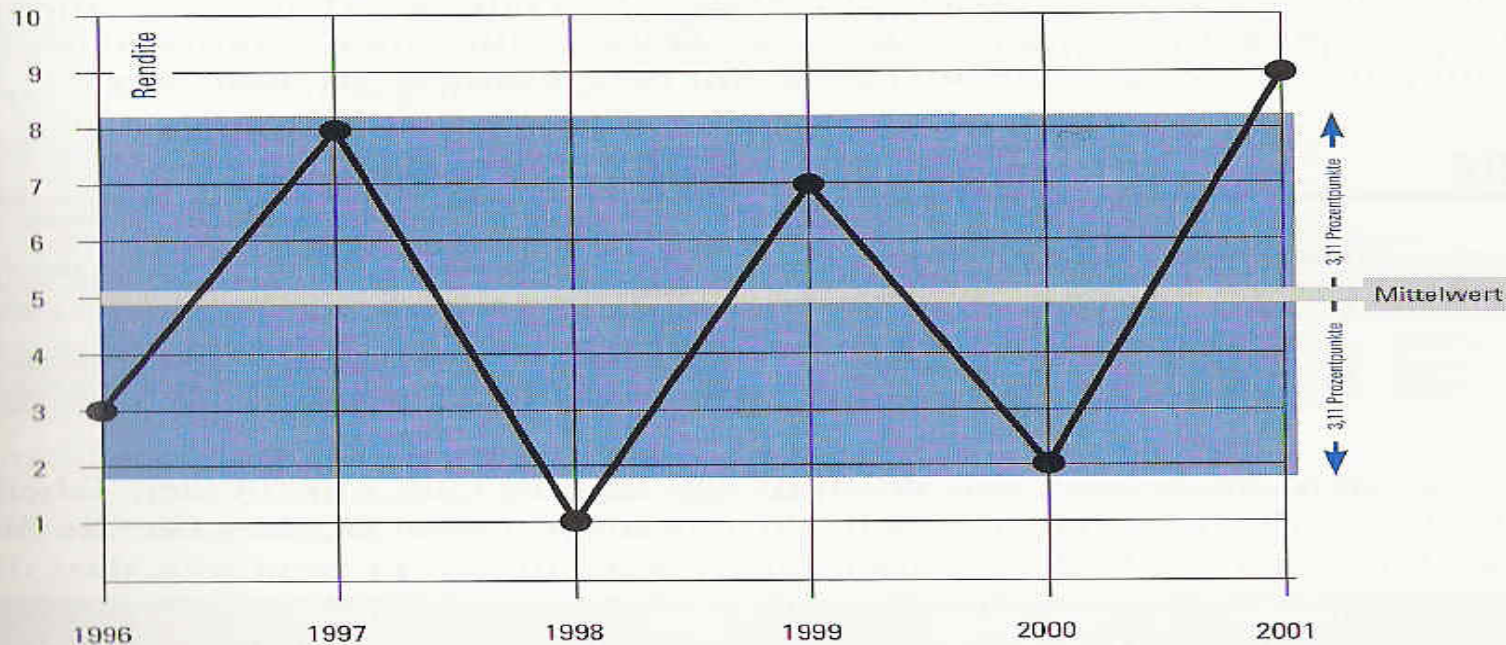
Volatilität

-Quadratwurzel des Mittelwerts

3,11

Ergebnis:

Die Renditen der Aktie sind in den sechs Jahren um 3,11% um den Mittelwert geschwankt.



Volatilität

In der Praxis wird mit Tagesrenditen gerechnet, welche die prozentuale Werteentwicklung der einzelnen Börsentage aufzeigt

DAX-KENNZAHLEN

Kürzel	Volatilität		Korrelation		Beta 250 Tage
	30 Tage p. a.	250 Tage p. a.	30 Tage	250 Tage	
DAX	18,51 %	21,81 %	1,0000	1,0000	1,0000
ADS	39,64 %	40,59 %	0,2258	0,2411	0,4486
ALV	23,00 %	34,17 %	0,5521	0,5014	0,7855

DAX-INDIZES XETRA

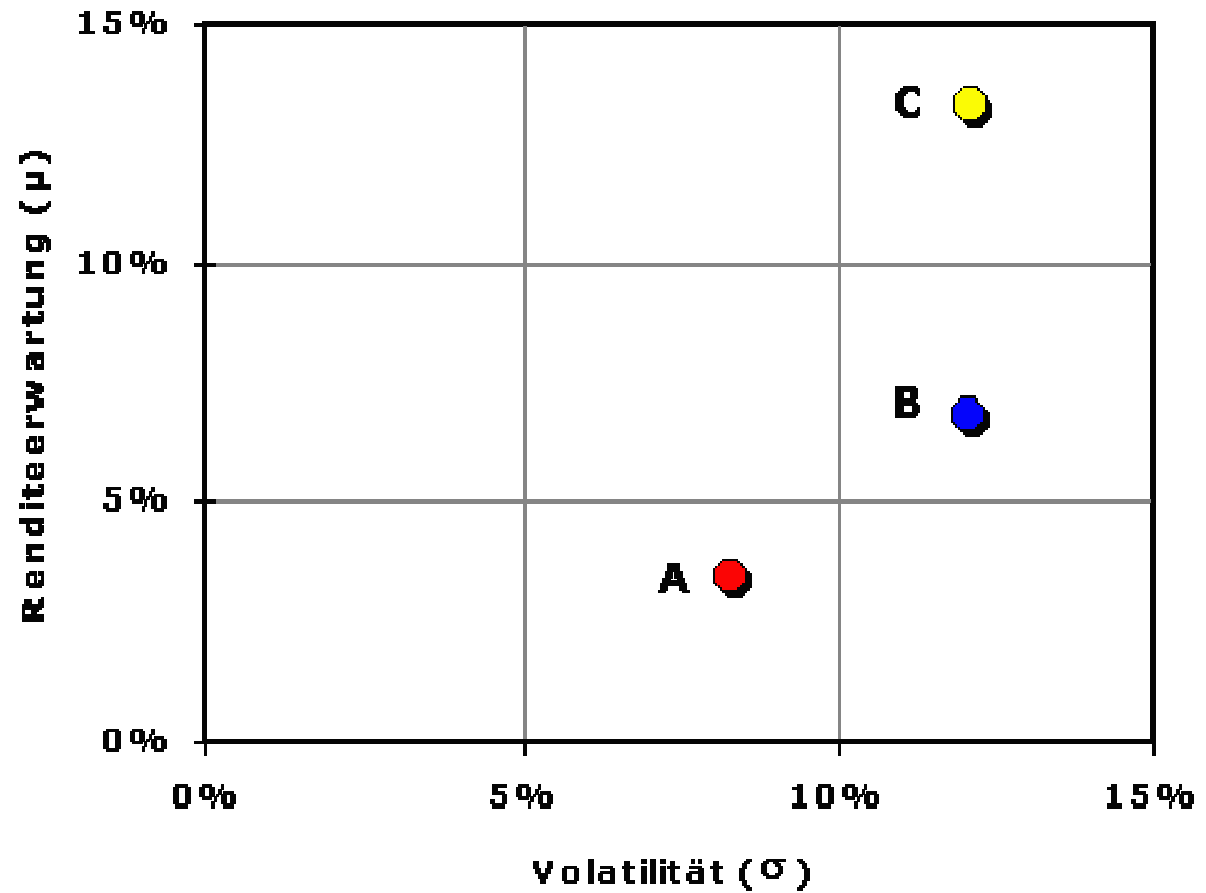
12.2.2001	Anfang	Settlement	Tages-Hoch	Tages-Tief	Schluss
Dax	6498,93	6534,04	6572,37	6498,93	6564,91
MDax	4842,95	4840,13	4853,02	4808,91	4837,57
Dax 100	3133,23	3156,63	3159,19	3128,70	3156,92
Automobil	1982,88	1993,22	2004,57	1979,52	1992,69
Bau	1206,40	1213,92	1216,87	1189,01	1214,07

Diversifikation

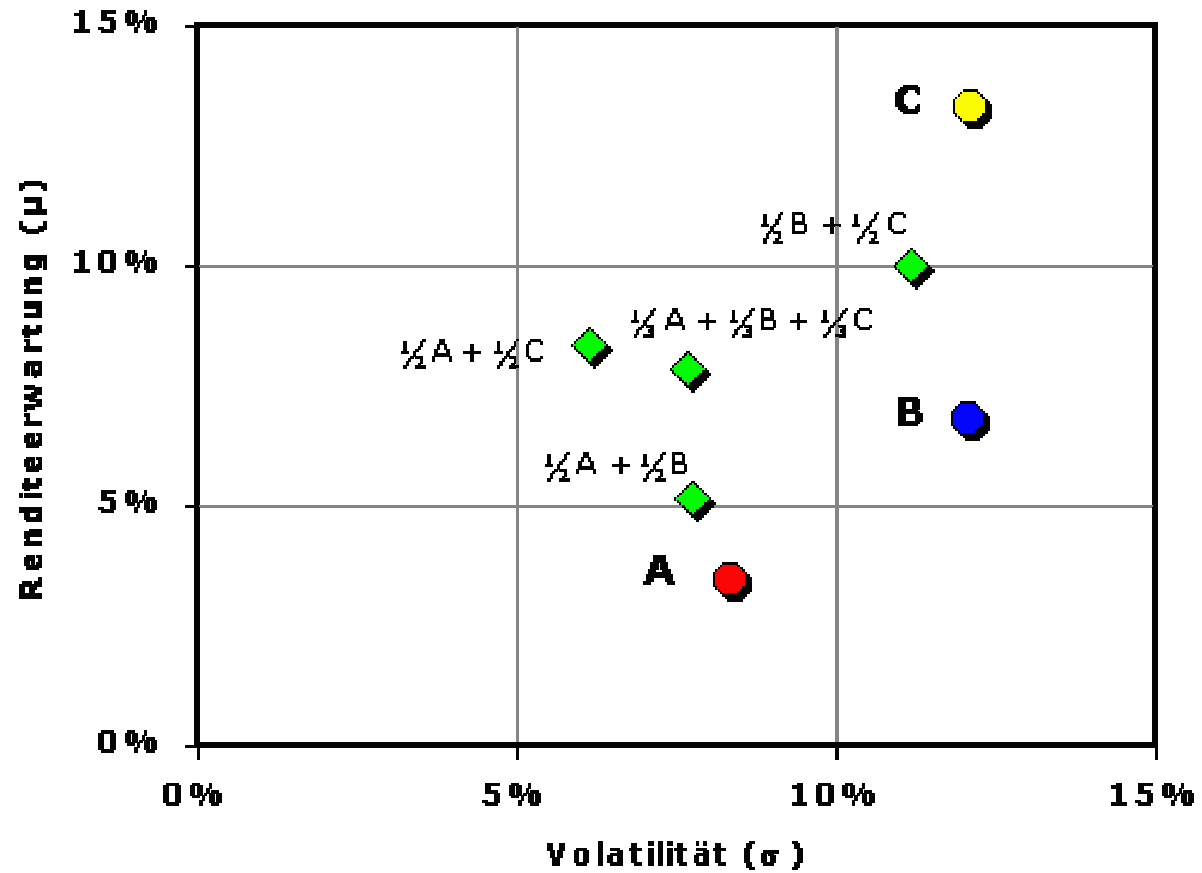
Risikominderung durch Kombination mehrerer Anlagen

	Aktie A	Aktie B	Aktie C
1997	6,5%	19,5%	30,4%
1998	12,1%	-8,2%	-3,3%
1999	5,4%	17,8%	10,3%
2000	-10,3%	-1,9%	15,6%
μ	3,4%	6,8%	13,3%
σ	8,3%	12,1%	12,1%

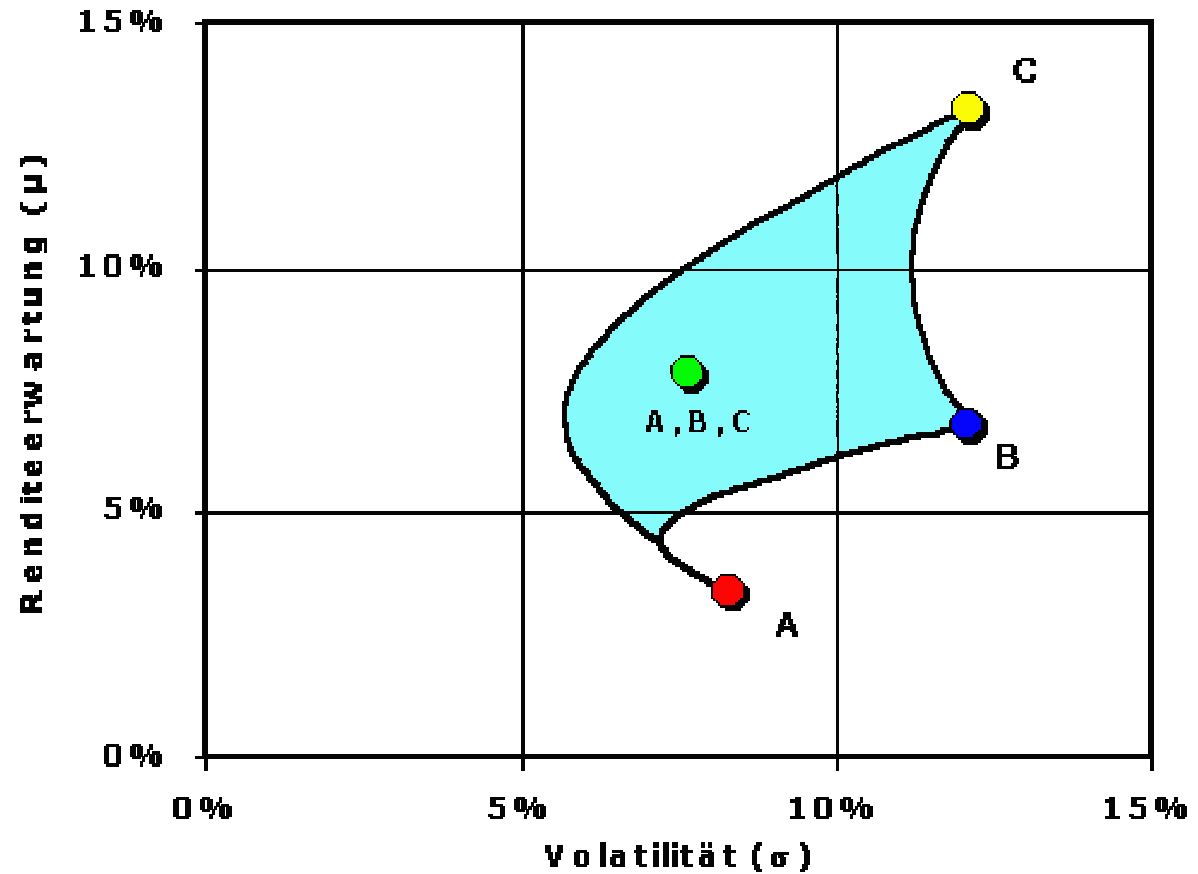
Diversifikation



Diversifikation



Diversifikation



Kovarianz

Es gibt Anlagen mit ähnlichen und gegenläufigen Kursentwicklungen.
Um Zusammenhänge zu ermitteln, bedient man sich der Kovarianz.

$$\sigma_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n R_{Xi} \times R_{Yi}}{n} - (\mu_X \times \mu_Y)$$

$\sigma_{X,Y}$ = Kovarianz der Aktien X und Y

R_{Xi} = Rendite der Aktie X in Periode i

R_{Yi} = Rendite der Aktie Y in Periode i

μ_X = Mittelwert der Renditen der Aktie X

μ_Y = Mittelwert der Renditen der Aktie Y

n = Anzahl der betrachteten Perioden

Kovarianz

$$\mu_{\text{Depot}} = (\mu_X \times \lambda_X) + (\mu_Y \times \lambda_Y)$$

$$\sigma_{\text{Depot}} = \sqrt{(\sigma_X^2 \times \lambda_X^2) + (\sigma_Y^2 \times \lambda_Y^2) + (2 \times \sigma_{X,Y} \times \lambda_X \times \lambda_Y)}$$

$$\mu_{A,B} = (3,4\% \times 50\%) + (6,8\% \times 50\%) = 5,1\%$$

$$\sigma_{A,B} = \sqrt{(8,3\%^2 \times 50\%^2) + (12,1\%^2 \times 50\%^2) + (2 \times 0,1\% \times 50\% \times 50\%)} = 7,7\%$$

Durch die Kovarianz beider Werte liegt die Volatilität des Depots bei 7,7%.

Das Phänomen wechselseitiger Abhängigkeiten zwischen den Volatilitäten der in einem Depot enthaltenen Werte, ist eine der wichtigsten Erkenntnisse des **Markowitz-Modells**.

Betafaktor

Im Gegensatz zur Volatilität, misst der Betafaktor nicht die absolute Schwankungsbreite einer Aktie, sondern die relative Schwankungsbreite zu einem Vergleichswert.

$$\beta_{X,V} = \frac{\sigma_{X,V}}{\sigma_V^2}$$

$\beta_{X,V}$ = Beta-Faktor der Aktie X in Bezug auf den Vergleichswert V

$\sigma_{X,V}$ = Kovarianz der Renditen der Aktie X und des Vergleichswerts V

σ_V = Volatilität der Renditen des Vergleichswerts V

Korrelationskoeffizient

Der Korrelationskoeffizient beschreibt die Güte eines Betafaktors

$$r_{X,V} = \frac{\sigma_{X,V}}{\sigma_X \times \sigma_V}$$

Ist $r_{X,V}$ genau gleich 1, so liegt eine vollständige positive Korrelation zwischen der Aktie X und dem Vergleichswert V vor, d.h. jeder Anstieg des Vergleichswertes V führt stets zu einem Ansteigen der Aktie X im Verhältnis des Beta-Faktors.

Ist $r_{X,V}$ genau gleich -1, so liegt eine vollständige negative Korrelation zwischen der Aktie X und dem Vergleichswert V vor, d.h. jeder Anstieg des Vergleichswertes V führt unweigerlich zu einem Absinken der Aktie X im Verhältnis des Beta-Faktors

Bestimmtheitsmaß

Quadrierung der Korrelation ergibt das Bestimmtheitsmaß.

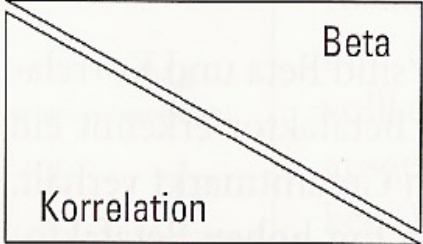
Es gibt an, welcher Teil des Risikos auf Marktfaktoren zurückgeht.

Folglich ist das Restrisiko titelspezifisch.

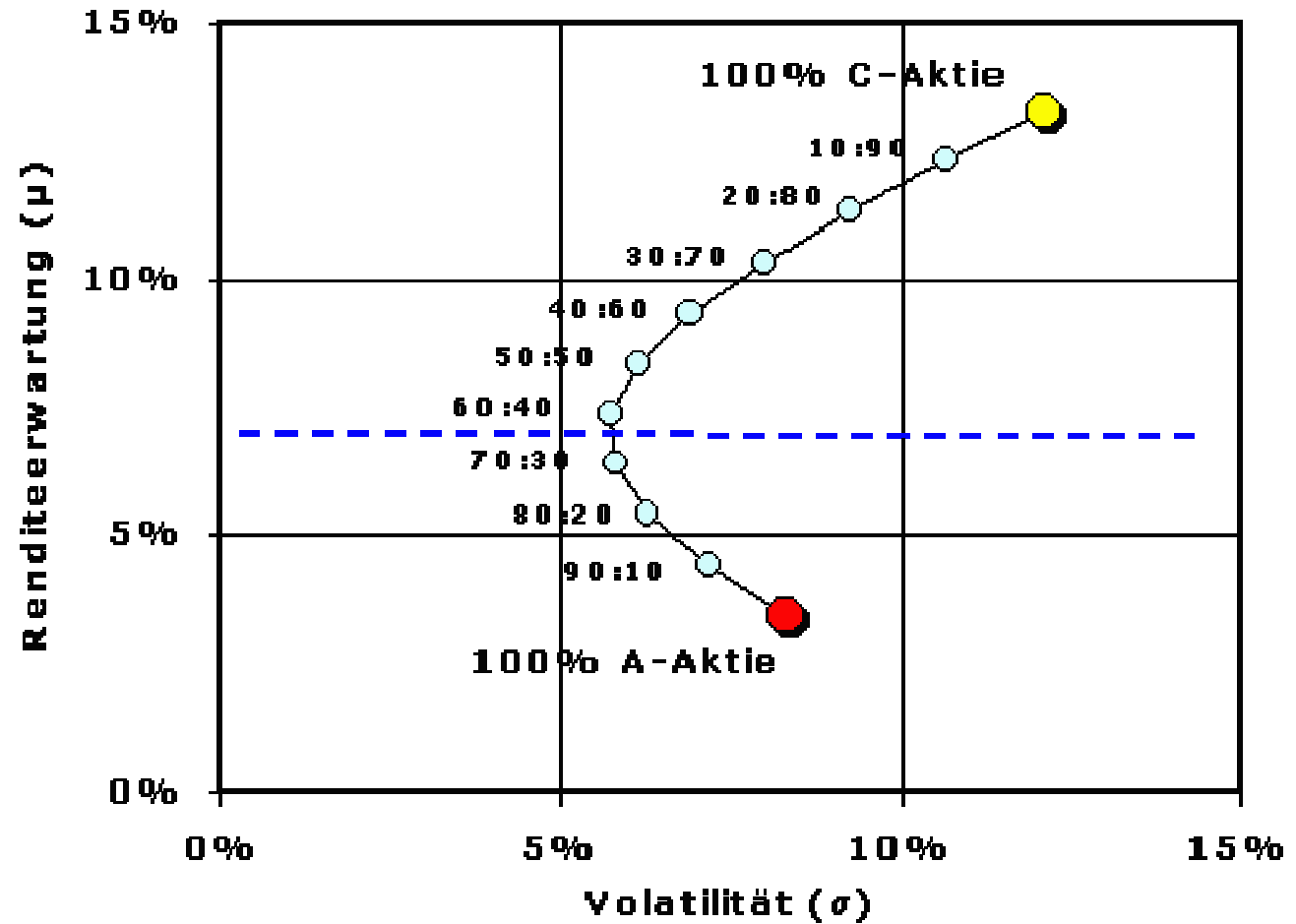


Betafaktor und Korrelation

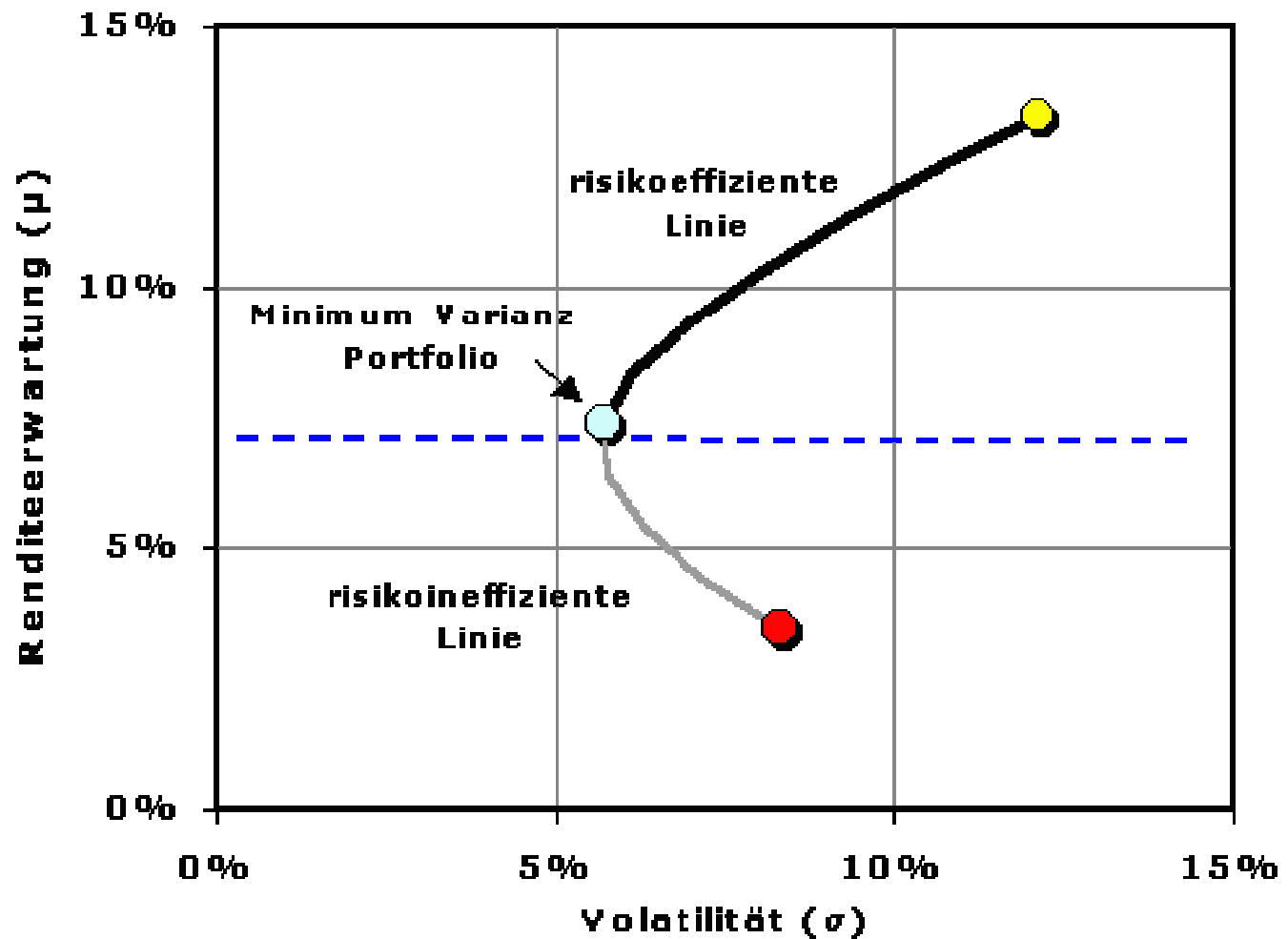
Was Beta und Korrelation über eine Aktie verraten

 <p>Beta</p> <p>Korrelation</p>	Kleiner als 1,0	Größer als 1,0
Nahe bei 1	<ul style="list-style-type: none">• Geringes systematisches Risiko• Geringes unsystematisches Risiko	<ul style="list-style-type: none">• Hohes systematisches Risiko• Geringes unsystematisches Risiko
Nahe bei Null	<ul style="list-style-type: none">• Geringes systematisches Risiko• Hohes unsystematisches Risiko	<ul style="list-style-type: none">• Hohes systematisches Risiko• Hohes unsystematisches Risiko

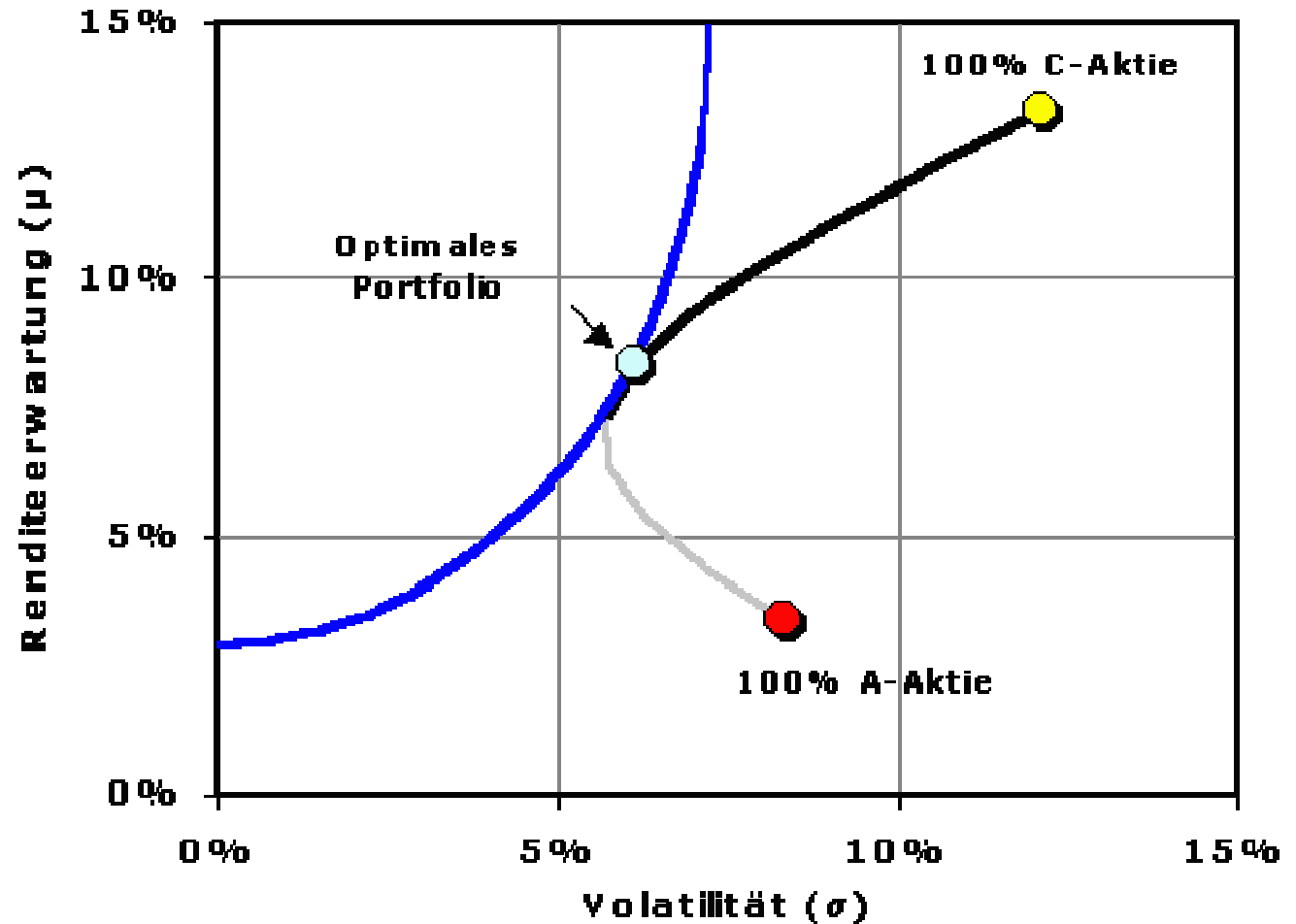
Minimum-Varianz-Modell



Minimum-Varianz-Modell



Optimales Portfolio



Literatur

Beike, R./Schlütz, J. (2001): Finanznachrichten lesen-verstehen-nutzen

Perridon, S./Steiner, M. (2004): Finanzwirtschaft der Unternehmung

Spremann, K. (1996): Wirtschaft, Investition und Finanzierung

Spremann, K. (2003): Portfoliomanagement

<http://www.stw-boerse.de/techno/portfolio/inhalt.htm>